

94106

[Graph Paper

B.Sc. 6th Semester (Pass) Examination,

July-2022

MATHS

Paper-12BSM-361

Real and Complex Analysis

Time allowed : 3 hours] [Maximum marks : 40

Note : Attempt five questions in all by selecting at least one question from each section. Question No. 9 is compulsory.

नोट : प्रत्येक खण्ड से कम से कम एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रश्न सं० 9 अनिवार्य है।

Section-I

खण्ड-I

1. (a) If $u = xyz$, $v = xy + yz + zx$, $w = x + y + z$, verify that

$$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} = (x - y)(y - z)(z - x) \quad 3.5$$

- (b) Derive Beta and Gamma function relation

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \text{ where } m, n > 0. \quad 3.5$$

94106-P-8-Q-9 (22)

[P.T.O.

(2)

94106

- (क) यदि $u = xyz$, $v = xy + yz + zx$, $w = x + y + z$, तो सत्यापित कीजिए कि

$$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} = (x - y)(y - z)(z - x)$$

- (ख) बीटा तथा गामा फलन सम्बन्ध की व्युत्पत्ति कीजिए :

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \text{ जहाँ } m, n > 0$$

2. (a) Change the order of integration

$$\int_{-a}^a \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} f(x, y) dx dy. \quad 3.5$$

- (b) Prove that volume of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ is } \frac{4}{3} \pi abc. \quad 3.5$$

- (क) समाकलन $\int_{-a}^a \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} f(x, y) dx dy$ के क्रम को परिवर्तित कीजिए।

94106

(3)

94106

(ख) सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ का

आयतन $\frac{4}{3} \pi abc$ है।

Section-II

खण्ड-II

3. (a) If the series $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ converges uniformly to a function f on $[-\pi, \pi]$ then it is the Fourier series of f on $[-\pi, \pi]$.

3.5

(b) Expand $f(x) = |x|$ as Fourier series in $[-\pi, \pi]$.

3.5

(क) यदि शृंखला $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$;

$[-\pi, \pi]$ पर फलन f में एकसमान रूप में अभिसरित होती है तब यह $[-\pi, \pi]$ पर f की फोरियर शृंखला है।

(ख) $[-\pi, \pi]$ में फोरियर शृंखला के रूप में $f(x) = |x|$ को विस्तारित कीजिए।

94106

[P.T.O.]

(4)

94106

4. (a) Find the half range sine series of $f(x) = x$ in $0 < x < 2$. 3.5

(b) State and prove Parseval's Identify for Fourier Series. 3.5

(क) $0 < x < 2$ में $f(x) = x$ की अर्ध परास ज्या शृंखला ज्ञात कीजिए।

(ख) फोरियर शृंखला के लिए पारसेवल के तत्समक को बताइये तथा सिद्ध कीजिए।

Section-III

खण्ड-III

5. (a) Corresponding to the following Points on

Riemann Sphere $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, find the

Points on the complex plane $C \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

3.5

(b) Show that $f(z) = \sqrt{|xy|}$ is not analytic at the origin although the Cauchy Riemann equations are satisfied at that point. 3.5

94106

(5)

94106

(क) रीमान गोलक $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ पर

निम्नलिखित बिंदुओं के संगत जटिल स्थान

$C\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ पर बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

(ख) दिखाइये कि $f(z) = \sqrt{|xy|}$ मूल बिंदु पर विश्लेषक नहीं है यद्यपि उस बिंदु पर कौची-रीमान समीकरण परितुष्ट होते हैं।

6. (a) Using Milne-Thompson's method, find analytic function $f(z)$ whose imaginary part is

$$V = e^x (x \sin y + y \cos y). \quad 3.5$$

(b) To derive C.R. equations for Polar Co-ordinates. 3.5

(क) मिल्ले-थॉमसन की विधि का उपयोग करते हुए, विश्लेषक फलन $f(z)$ ज्ञात कीजिए। जिसका काल्पनिक भाग

$$V = e^x (x \sin y + y \cos y) \text{ है।}$$

(ख) ध्रुवीय निर्देशांकों के लिए C.R. समीकरणों की व्युत्पत्ति कीजिए।

(6)

94106

Section-IV

खण्ड-IV

7. (a) Find the image of the infinite strip $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ under the transformation $w = \frac{1}{z}$. Show that region Graphically. 3.5

(b) To prove that Product of Mobius transformations is a Mobius transformation. 3.5

(क) रूपांतरण $w = \frac{1}{z}$ के अंतर्गत परिमित पट्टी $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ का बिंब ज्ञात कीजिए। क्षेत्र को आलेखीय रूप से दर्शाइये।

(ख) सिद्ध कीजिए कि मोबियस रूपांतरणों का गुणनफल एक मोबियस रूपांतरण है।

8. (a) To find the image of $(z + 3i) = 6$ under the transformation $f(z) = \frac{1}{z}$. 3.5

(b) To find the image of the rectangular region $a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$ under the map $w = e^z$. 3.5

94106

[P.T.O.]

94106

(7)

94106

- (क) रूपांतरण $f(z) = \frac{1}{z}$ के अंतर्गत $(z + 3i) = 6$ का बिंदु ज्ञात कीजिए।
- (ख) प्रतिचित्र $w = e^z$ के अंतर्गत आयताकार क्षेत्र $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$ का बिंदु ज्ञात कीजिए।

Section-V (Compulsory Question)

खण्ड-V (अनिवार्य प्रश्न)

9. (a) State Duplication Formula.
- (b) Write any two Properties of Jacobian.
- (c) State Fourier Series for odd function.
- (d) State Sufficient Condition for a function $f(z)$ to be analytic.
- (e) Define cross ratio and Mobius Transformation.
- (f) Define Beta and Gamma function. $2 \times 6 = 12$
- (क) प्रतिकृतिकरण सूत्र बताइये।
- (ख) जैकोबियन के किन्हीं दो गुणों को लिखिए।

(8)

94106

- (ग) विषम फलन के लिए फोरियर श्रृंखला बताइये।
- (घ) विश्लेषक होने के लिए फलन $f(z)$ के लिए पर्याप्त शर्त बताइये।
- (ङ) वज्रानुपात तथा मोबियस रूपांतरण को परिभाषित कीजिए।
- (च) बीटा तथा गामा फलन को परिभाषित कीजिए।

<https://www.mdustudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

94106

[P.T.O.]

94106

[Encl. Graph paper