94108

B. Sc. 6th Semester (Pass Course) Examination,
July–2022
MATHS
Paper- BM-353
Dynamics
Re-appear before Session 2014-15 &
Fresh Students from session 2018-19

Time allowed : 3 hours] *[Maximum marks : 40*

Note : *Attempt **five** questions in all, selecting at least **one** question from each section. **Question No. 9 is compulsory.***

नोट : *प्रत्येक खण्ड से कम से कम एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। **प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है।***

Section–I (3.5+3.5=7)

(खण्ड-I)

1. (a) A particle moves in a plane so that its tangential and normal acceleration are equal and the tangent rotates with constant angular velocity. Show that the intrinsic equation of the path is $s = A + Be^{\psi}$, where A and B are constants.

एक कण समतल में गति करता है ताकि इसका स्पर्शरेखीय तथा प्रसामान्य त्वरण बराबर हो और स्पर्श रेखा स्थिर कोणीय वेग के साथ घूमती है। दिखाइये कि पथ का आंतरिक समीकरण $s = A + Be^{\psi}$ है, जहाँ A व B स्थिरांक हैं।

(b) The paths of two trains P and Q are due North and East and they have the same speed of 20 m.p.h. At noon, Q is due north of P and 10 miles away. Find the time when they are nearest and also the least distance between them.

दो रेलगाड़ियों P तथा Q के पथ उत्तर तथा पूर्व की ओर हैं और उनकी समान गति 20 m.p.h. है। दोपहर को Q, P के उत्तर की ओर है तथा 10 मील दूर है। वह समय ज्ञात कीजिए जब वे निकटतम हों तथा उनके बीच न्यूनतम दूरी भी ज्ञात कीजिए।

2. (a) A particle moves with S.H.M. in a straight line. In the first second after starting from rest, it travels distance 'a' and in the next second it travels distance 'b' in the same direction. Prove that the amplitude of the motion is $\frac{2a^2}{3a-b}$

एक कण सरल आवर्त गति से एक सीधी रेखा में गति करता है। विरामावस्था से प्रारम्भ करने के बाद पहले सेकेण्ड में यह दूरी 'a' की यात्रा करता है तथा अगले सेकेण्ड में यह उसी दिशा में दूरी 'b' की यात्रा करता है। सिद्ध कीजिए कि गति का आयाम है $\frac{2a^2}{3a-b}$.

(b) A particle is performing S.H.M. in the line joining two points A and B on a smooth plane and is connected with these points by elastic strings of length a and a' and moduli λ and λ' respectively. Show that the time period of oscillation is

$$2\pi\left[\frac{m}{\left(\frac{\lambda}{a}+\frac{\lambda'}{a'}\right)}\right]^{1/2}.$$

https://www.mdupapers.com

एक कण निर्बाध तल पर दो बिन्दुओं A तथा B को मिलाने वाली रेखा में सरल आवर्त गति कर रहा है तथा इन बिन्दुओं के साथ क्रमशः लम्बाई a व a' एवं मापांकों λ व λ' की प्रत्यास्थ डोरियों द्वारा जुड़ा हुआ है। दिखाइये कि आयाम की समयावधि है $2\pi\left[\dfrac{m}{\left(\dfrac{\lambda}{a}+\dfrac{\lambda'}{a'}\right)}\right]^{1/2}$

Section–II (3.5+3.5=7)

(खण्ड–II)

3. (a) A bullet moving at the rate of 120m/sec is fired into a truck of wood into which is penetrates 30 cm. If a bullet moving with the same velocity were fired into similar piece of wood 25 cm thick, with what velocity would it emerge, supposing the resistance to be uniform?

एक गोली को 120 मी./से. की गति से चल रही लकड़ी के एक ट्रक में फेंका जाता है जिसमें 30 सेमी. का प्रवेश होता है। यदि समान वेग से चलती हुई गोली को 25 सेमी. मोटी लकड़ी के समान टुकड़ों में दागा जाता है, तो वह किस वेग से निकलेगा, मान लीजिए कि प्रतिरोध एक समान है।

(b) Two heavy particles are attached together by a string passing over a pulley. If the string can only support a tension equal to one quarter of the sum of the weights at its two ends, show that the least acceleration possible is $\frac{g}{\sqrt{2}}$.

दो भारी कण एक चरखी के ऊपर से गुजरने वाली एक डोरी से जुड़े हुए हैं। यदि डोरी केवल दो सिरों पर भारों के योग के एक-चौथाई के बराबर तनाव को संभाल सकती है, तो दिखाइये कि न्यूनतम संभाव्य त्वरण है $\frac{g}{\sqrt{2}}$

4. (a) Prove that the work done in stretching an elastic string is equal to the product of the extension and the mean of initial and final tensions.

सिद्ध कीजिए कि एक प्रत्यास्थ डोरी को खींचने में किया गया कार्य विस्तार तथा आरंभिक तथा अंतिम तनावों के माध्य के गुणनफल के बराबर है।

(b) A mass m is attached to one end of an elastic string of natural length a, the other end being tied to a peg. Initially m is held near the peg and projected with a velocity v vertically downwards. If the particle moves all along a straight line, show that the depth 'h' below the peg of m when it is at rest is given by the equation $v^2+2gh = \frac{\lambda}{ma}(h-a)^2$ where λ is the modulus of elasticity of the string.

एक पिण्ड m प्राकृतिक लम्बाई a की प्रत्यास्थ डोरी के एक छोर से जुड़ा है, दूसरा छोर एक खूंटी से बंधा है। आरंभ में m को खूँटी के पास रखा जाता है तथा एक वेग v के साथ लम्बवत नीचे की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। यदि कण एक सीधी रेखा में चलता है, तो दिखाइये कि m खूंटी के नीचे गहराई h है जब यह विरामावस्था में है,

https://www.mdupapers.com

समीकरण $v^2+2gh=\frac{\lambda}{ma}(h-a)^2$ द्वारा दिया जाता है जहाँ λ डोरी की प्रत्यास्थता का मापांक है।

Section–III (3.5+3.5=7)

(खण्ड-III)

5. (a) If a particle starts from rest at a depth $\frac{r}{2}$ below the highest point of a smooth vertical circle of radius r, prove that it will leave the circle at a distance r/3 above the centre.

यदि एक कण त्रिज्या r के एक निर्बाध ऊर्ध्वाधर वृत्त के उच्चतम बिन्दु के नीचे गहराई $\frac{r}{2}$ पर विरामावस्था से आरम्भ करता है, सिद्ध कीजिए कि यह केन्द्र के ऊपर एक दूरी r/3 पर वृत्त छोड़ देगा।

(b) A particle slides down the arc of a smooth cycloid, whose axis is vertical and vertex downwards. Discuss the motion.

एक कण एक निर्बाध चक्रज की चाप से नीचे फिसलता है, जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर है तथा शीर्ष नीचे की ओर है। गति की विवेचना कीजिए।

6. (a) Particles are projected from a point O in a vertical plane with velocity $\sqrt{2gk}$. Prove that the locus of the vertices of their paths is the ellipse $x^2+4y(y-k)=0$.

कणों का वेग $\sqrt{2gk}$ के साथ एक ऊर्ध्वाधर तल में किसी बिन्दु O से प्रक्षेपित किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि उनके पथों के शीर्षों के बिन्दुपथ दीर्घवृत्त $x^2+4y(y-k)=0$ है।

(b) A particle is projected with velocity u at an angle α. Prove that if $h<\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$, the particle shall be again at the same height h after a time $\frac{2}{g}\sqrt{u^2\sin^2\alpha-2gh}$ after being at the same height for the first time.

एक कण को एक कोण α पर वेग u के साथ प्रक्षेपित किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि यदि $h<\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$ हो तो कण एक समय $\frac{2}{g}\sqrt{u^2\sin^2\alpha-2gh}$ के पश्चात समान ऊँचाई h पर होगा (पहली बार समान ऊँचाई पर होने के पश्चात)।

Section–IV (3.5+3.5=7)

(खण्ड-IV)

7. (a) A particle describes the equi angular spiral $r=ae^{\theta\cot\alpha}$ under a force to the pole. Find the law of force.

https://www.mdupapers.com

एक कण ध्रुव की ओर एक बल के अधीन समान कोणीय सर्पिल $r = ae^{\theta\cot\alpha}$ को वर्णित करता है। बल का नियम ज्ञात कीजिए।

(b) A particle moves with a central acceleration $\frac{\lambda}{(\text{distance})^3}$. Find the path and distinguish the cases.

एक कण एक केन्द्रीय त्वरण $\frac{\lambda}{(\text{distance})^3}$ के साथ गति करता है। पथ ज्ञात कीजिए तथा मामलों में विभेद कीजिए।

8. (a) If v_1 and v_2 are maximum and minimum velocities of a planet, then prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$ for an elliptic path.

यदि v_1 व v_2 एक ग्रह के अधिकतम तथा न्यूनतम वेग हैं, तब सिद्ध कीजिए कि एक दीर्घवृत्ताकार पथ के लिए $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$

(b) Find the acceleration of a particle in terms of spherical polar co-ordinates.

सर्पिलाकार ध्रुवीय निर्देशांकों के पदों में एक कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

Compulsory Question (अनिवार्य प्रश्न) 6×2=12

9. (a) A particle describes a plane curve with constant speed and its acceleration is constant in magnitude. Prove that the path is a circle.

एक कण स्थिर गति से एक समतल वक्र को वर्णित करता है तथा इसका त्वरण परिमाण में स्थिर है। सिद्ध कीजिए कि पथ एक वृत्त है।

(b) Define periodic motion. Show that S.H.M. is periodic.

आवर्त गति को परिभाषित कीजिए। दिखाइये कि सरल आवर्त गति आवर्ती है।

(c) A body of mass 150 kg is acted upon by a force of 5N for 15 minutes. If the particle starts from rest, find its velocity at the end of this period.

150 किग्रा द्रव्यमान के पिण्ड पर 15 मिनटों के लिए 5N के एक बल द्वारा कार्य किया जाता है। यदि कण विरामावस्था से आरंभ करता है, तो इस अवधि के अंत में इसका वेग ज्ञात कीजिए।

(d) Define work. What are its units in the F.P.S., C.G.S. and M.K.S. system?

कार्य को परिभाषित कीजिए। F.P.S., C.G.S. तथा M.K.S. प्रणाली में इसकी इकाइयां क्या हैं?

(e) Define greatest height attained by a projectile and find its value. https://www.mdustudy.com

किसी प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त की गई वृहदत्तम् ऊँचाई को परिभाषित कीजिए तथा इसका मान ज्ञात कीजिए।

(f) If r and r' be the maximum range up and down an inclined plane, then prove that $\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}$ is independent of the inclination of the plane.

यदि r व r' एक अभिनत तल के ऊपर तथा नीचे जाने के अधिकतम परास हों, तब सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}$ तल की अभिनति से स्वतंत्र है।

https://www.mdupapers.com