

Roll No. ....

SECTION - I

खण्ड - I

92007

B.Sc. Mathematics 3rd Semester  
Examination - December, 2024

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Paper : BM-232

Time : Three hours ]

[ Maximum Marks : 40

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस संबंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each Section. Question Number 9 (Section-V) is compulsory and carry 12 marks. Remaining questions are of 7 marks each.

प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न संख्या 9 (खण्ड-V) अनिवार्य है और 12 अंकों का है। शेष प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों के है।

1. (a) Solve :

$$p + 3q = z + \cot(y - 3x)$$

हल करें :

$$p + 3q = z + \cot(y - 3x)$$

(b) Obtain a partial differential equation by eliminating the arbitrary functions from  $z = yf(x) + xg(y)$ .

$z = yf(x) + xg(y)$  से स्वेच्छ फलनों को विलोपित करके आंशिक अवकल समीकरण प्राप्त करें।

2. (a) Solve :

$$z^2 = 1 + p^2 + q^2$$

हल करें :

$$z^2 = 1 + p^2 + q^2$$

(b) Find the complete integral of  $p_3x_3(p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$ , using Jacobi's method.

जैकोबी विधि का उपयोग करके  $p_3x_3(p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$  का पूर्ण समाकल ज्ञात करें।

SECTION - II

खण्ड - II

3. (a) Solve:

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (2x^2 + xy - y^2) \sin xy - \cos xy$$

हल करें

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (2x^2 + xy - y^2) \sin xy - \cos xy$$

(b) Solve:

$$(D^3 - 7DD'^2 - 6D'^3)z = x^2 + xy^2 + y^3 + \cos(x - y)$$

हल करें :

$$(D^3 - 7DD'^2 - 6D'^3)z = x^2 + xy^2 + y^3 + \cos(x - y)$$

4. (a) Solve:

$$(x^2D^2 - 4y^2D'^2 - 4yD')z = x^2y^2$$

हल करें :

$$(x^2D^2 - 4y^2D'^2 - 4yD')z = x^2y^2$$

(b) Solve:

$$D(D - 2D')(D + D')z = e^{x+2y}(x^2 + 4y^2)$$

हल करें :

$$D(D - 2D')(D + D')z = e^{x+2y}(x^2 + 4y^2)$$

92007-4780-(P-7)(Q-9)(24) (3)

P. T. O.

SECTION - III

खण्ड - III

5. (a) Reduce the following equation to its canonical form and hence solve it  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .

निम्नलिखित समीकरण को उसके विहित रूप में परिवर्तित करें और इस प्रकार इसे  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  हल करें।

(b) Solve the equation:

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y$$

समीकरण हल करें :

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y$$

6. (a) Solve:

$$r + t - (rt - s^2) = 1$$

हल करें :

$$r + t - (rt - s^2) = 1$$

(b) Reduce the following partial differential equation  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 13 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 9 \frac{\partial z}{\partial y} = 0$  to canonical form.

निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 13 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 9 \frac{\partial z}{\partial y} = 0$  को विहित रूप में रिड्यूस करें।

92007-4780-(P-7)(Q-9)(24) (4)

SECTION - IV

खण्ड - IV

7. (a) Solve the Cauchy problem for the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, \quad c > 0 \text{ subject to the conditions}$$

$$z(x, 0) = f(x) \text{ and } \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_{t=0} = g(x).$$

समीकरण  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, \quad c > 0$  के लिए कौशी समस्या

को  $z(x, 0) = f(x)$  और  $\left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_{t=0} = g(x)$  शर्तों के अधीन हल करें।

(b) To find the solution of the wave equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ using the method of}$$

separation of variables.

चरों के पृथक्करण की विधि का उपयोग करके तरंग समीकरण

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ का हल ज्ञात करें।}$$

8. Find the solution of two dimensional Laplace equation

$$\nabla^2 u = 0 \text{ in Cartesian coordinates in the region } 0 \leq x \leq a, 0$$

$$\leq y \leq b \text{ satisfying the conditions } u(0, y) = u(a, y) = u(x, b)$$

$$= 0 \text{ and } u(x, 0) = x(a - x), 0 < x < a.$$

$0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$  क्षेत्र में कार्तीय निर्देशांक में दो आयामी लाप्लास

समीकरण  $\nabla^2 u = 0$  का हल ज्ञात करें जो  $u(0, y) = u(a, y) =$

$u(x, b) = 0$  और  $u(x, 0) = x(a - x), 0 < x < a$  को संतुष्ट करता है।

92007-4780-(P-7)(Q-9)(24) (5)

P. T. O.

SECTION - V

खण्ड - V

9. (a) Solve :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = e^{-t} \cos x$$

हल करें :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = e^{-t} \cos x$$

(b) Solve :

$$p + 3q = z + \cot(y - 3x)$$

हल करें :

$$p + 3q = z + \cot(y - 3x)$$

(c) Solve :

$$p - 3x^2 = q^2 - y$$

हल करें :

$$p - 3x^2 = q^2 - y$$

(d) Solve :

$$(D^2 - DD' - 2D)z = 0$$

92007-4780-(P-7)(Q-9)(24) (6)

हल करें :

$$(D^2 - DD' - 2D)z = 0$$

(e) Write two dimensional heat equation.

द्विविमीय ऊष्मा समीकरण लिखें।

(f) What is the particular integral of  $F(D, D')z = f(x, y)$  ?

$F(D, D')z = f(x, y)$  का विशेष समाकलन क्या है ?

<https://www.mdustudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से