

91578

B.Sc. (Pass Course) 2nd Semester
(Full and Re-appear) Examination, May-2023

MATH-I

Paper-BM-121

Number Theory and Trigonometry

Time allowed : 3 hours] [Maximum marks : 40

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each section. Question. No. 9 (Section-V) is compulsory.

नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पांच कीजिए। प्रश्न सं० 9 (खण्ड-V) अनिवार्य है।

Section-I

खण्ड-I

- (a) Find the positive integers a and b satisfying $(a, b) = 10$ and $[a, b] = 100$ simultaneously.
- (b) Find the remainder when $(111)^{333} + (333)^{111}$ is divided by 7.

91578-P-8-Q-9 (23)

P.T.O.

91578

(क) धनात्मक पूर्णांक a तथा b ज्ञात कीजिए जो एकसाथ $(a, b) = 10$ तथा $[a, b] = 100$ को परितुष्ट करें।

(ख) शेषफल ज्ञात कीजिए जब $(111)^{333} + (333)^{111}$ को 7 से विभाजित किया जाता है।

2. (a) Find the general solution of $70x + 112y = 168$.

(b) Find the remainder when $15!$ is divided by 17.

(क) $70x + 112y = 168$ का साधारण हल ज्ञात कीजिए।

(ख) शेषफल ज्ञात कीजिए जब $15!$ को 17 से विभाजित किया जाता है।

Section-II

खण्ड-II

3. (a) Write complete residue system (mod 13) composed entirely of multiples of 2.

(b) Find the highest power of 6 contained in $500!$.

01578

(3)

91578

(क) पूरी तरह से 2 के गुणकों से बनी पूर्ण अवशिष्ट प्रणाली (mod 13) लिखें।

(ख) 500 में अंतर्विष्ट 6 की उच्चतम घात ज्ञात कीजिए।

4. (a) Prove that : $\prod_{d|n} d^{d+n} = n^{\sigma(n)}$

(b) Determine whether the congruence $x^2 \equiv 20 \pmod{31}$ is solvable or not.

(क) सिद्ध कीजिए कि $\prod_{d|n} d^{d+n} = n^{\sigma(n)}$

(ख) निर्धारित कीजिए कि सर्वांगसमता $x^2 \equiv 20 \pmod{31}$ हल करने योग्य है या नहीं।

Section-III

खण्ड-III

5. (a) If $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$, prove that

(4)

91578

(i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$.

(ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$.

(b) Form an equation whose roots are

$\cos \frac{2\pi}{7}$, $\cos \frac{4\pi}{7}$ and $\cos \frac{8\pi}{7}$. Hence form

an equation whose roots are $\sec \frac{2\pi}{7}$, $\sec \frac{4\pi}{7}$

and $\sec \frac{6\pi}{7}$.

(क) यदि $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$, सिद्ध कीजिए कि

(i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$.

(ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$.

(ख) एक समीकरण बनाइये जिसके मूल $\cos \frac{2\pi}{7}$, $\cos \frac{4\pi}{7}$

तथा $\cos \frac{6\pi}{7}$ हैं। इसके पश्चात एक समीकरण बनाइए

91578

[P.T.O.]

91578

जिसके मूल $\sec \frac{2\pi}{7}$, $\sec \frac{4\pi}{7}$ और $\sec \frac{6\pi}{7}$ हैं।

6. (a) Prove that

$$\sin(\alpha + i\beta) = \frac{1}{2}(e^{-\beta} + e^{\beta}) \sin \alpha - i \frac{1}{2}(e^{-\beta} - e^{\beta}) \cos \alpha.$$

(b) Separate cosec $(x + iy)$ into real and imaginary parts.

(क) सिद्ध कीजिए कि

$$\sin(\alpha + i\beta) = \frac{1}{2}(e^{-\beta} + e^{\beta}) \sin \alpha - i \frac{1}{2}(e^{-\beta} - e^{\beta}) \cos \alpha.$$

(ख) cosec $(x + iy)$ को वास्तविक तथा काल्पनिक भागों में पृथक्कृत कीजिए।

Section-IV

खण्ड-IV

7. (a) Separate $\tan^{-1}(x + iy)$ into real and imaginary parts.

(b) Prove that

$$\tan\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$$

(क) $\tan^{-1}(x + iy)$ को वास्तविक तथा काल्पनिक भागों में पृथक्कृत कीजिए।

(ख) सिद्ध कीजिए कि $\tan\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$

8. (a) With the help of Gregory's series, prove that

$$\frac{\pi}{12} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{(\sqrt{3})^3}\right) + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{(\sqrt{3})^5}\right) \dots$$

(b) Sum the series

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{13} + \dots \text{ to } n \text{ terms and}$$

deduce the sum to infinity.

(7)

91578

(क) ग्रेगरी शृंखला की सहायता से सिद्ध कीजिए कि,

$$\frac{\pi}{12} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{(\sqrt{3})^3}\right) + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{(\sqrt{3})^5}\right) \dots$$

(ख) शृंखला $\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{13} + \dots$ का n पदों तक योग कीजिए तथा अनंत तक योगफल को निगमित कीजिए।

Section-V

खण्ड-V

91578

9. (अ) Find the L.C.M. of 306 and 657.

306 तथा 657 का ल.स.व ज्ञात कीजिए।

(ब) Solve the congruence

$$3x \equiv 5 \pmod{7}.$$

सर्वांगसमता $3x \equiv 5 \pmod{7}$ को हल कीजिए।(क) Prove that $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ <https://www.mdustudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

91578

P.T.O.

<https://www.mdupapers.com><https://www>